

「透明人間」と非対称光学迷彩

雨宮智宏, 荒井滋久

“非対称性”をもった光学迷彩をつくり上げるには従来の枠組みにとらわれない理論が必要となる。「電磁場下における電子の動き」を介して光の軌道を考えることで、その道が開けるかもしれない。

はじめに

「SFの父」ともよばれるイギリスの著名な小説家であるハーバート・ジョージ・ウェルズ(H. G. Wells)の代表作に、『透明人間』(原題 *The Invisible Man*) という著作がある。小説の主人公は、「体の細胞が空気と同じ屈折率になる薬」を開発し、それによって自らの体を消すことに成功するのだが、徐々に苦悩に苛まれて……という内容のSFホラーの傑作である。

著者のウェルズは一時期、生物学を専攻して大学教員をめざしていたことがあり、彼が残した作品の多くには、小説に華を添えるような科学的エッセンスが散りばめられている。小説『透明人間』も例にもれず、「もし透明人間になれるとしたら、“屈折率”という概念は必要になってくるだろう」というのが、彼なりの科学的解釈だったようである。現代に目を向けると、はたしてそれは正しかったわけだが、小説家と同時に科学者としてのウェルズの洞察力には、いまさらながらに畏敬の念を覚える。

光学迷彩と重力

ウェルズは生物学的な観点から透明人間の可能性について言及したが、実際には、物理学をベースに体現化されることになった。現代においては、“透明人間になる装置”を表すときに“光学迷彩”という言葉が用いられる。何やら仰々しい雰囲気ではあるものの、物理学がかかわっている気配がするのは間違いない。

光学迷彩とは、入射した光が1つの閉領域(迷彩領域)を迂回して通るように設定し、外側からみた人にとって、

あたかもその領域内にある物体が存在しないようにみせる装置をいう(光学迷彩の歴史なども含めた一般教養書としては、文献1, 2などを参照されたい)。そのような装置がにわかに注目され始めたのは、2006年の *Science* において、光の軌跡を汎用的なアルゴリズムで自在に曲げる手法が考案されたからである^{3), 4)}。

光を曲げたいときに、最初に思いつくのは、ウェルズも考えたように媒質の屈折率を空間的に変化させることである。しかし、希望する光学迷彩の形状が与えられたとき、どのような屈折率の媒質をどのように配置したらよいのだろうか？ これは単純なようで、すぐには解けない難解な問題である。そこで、この問題を簡単に解くために、“重力”の効果を導入する。光の挙動はマクスウェル(Maxwell)方程式で記述されるが、「屈折率が変化している空間におけるマクスウェル方程式」と「重力によって曲げられた空間におけるマクスウェル方程式」は、じつは数学的には一意に結びついており、次の関係が成立すると、2つはまったく同じ式となる。

$$\varepsilon^{ij} = \mu^{ij} = \pm \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{\gamma}} g^{ij} \quad (1)$$

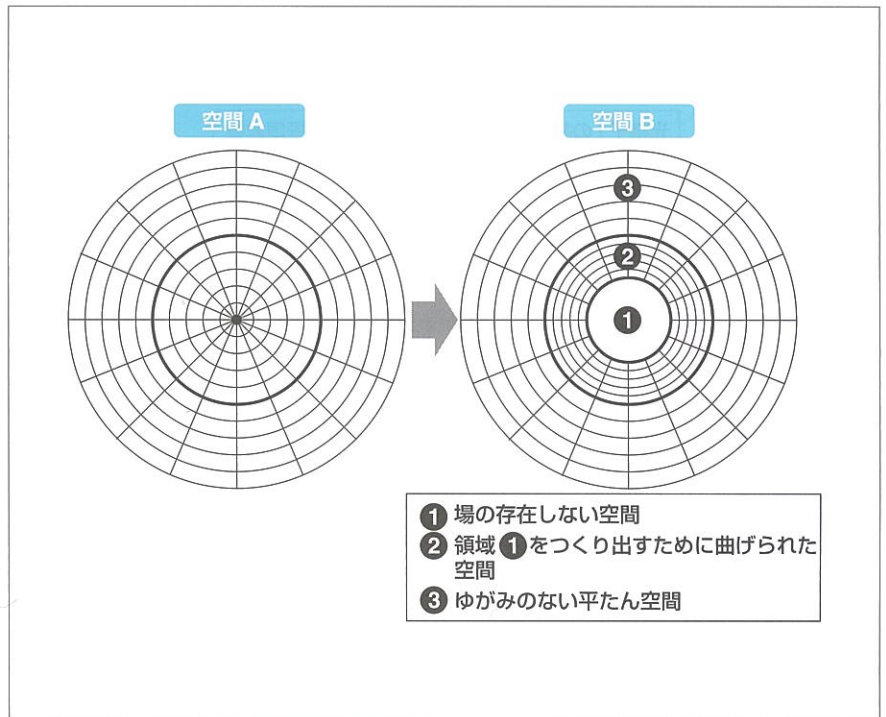
ここで、左辺と中辺の ε^{ij} と μ^{ij} は、おのおの誘電率テンソルと透磁率テンソルであり、“屈折率が変化している空間”におけるパラメーターである。一方、右辺の g^{ij} は計量テンソルであり、“重力によって曲げられた空間”におけるパラメーターである(g は g_{ij} の行列式、 γ は平たん計量 γ_{ij} の行列式)。これにより、式(1)を満たす限りは、双方の空間においてまったく同じ光の

軌跡をトレースすることが可能となる。

この式を使って、光学迷彩に必要な媒質の配置を求めてみよう。たとえば、〈図1〉のように、平たんな2次元空間Aの1点を各方向に引き延ばして、曲がった空間Bをつくることを考える。空間Bの中央には場が存在しないため、その内部では各種物理現象は起こらない。そのため、この領域が自動的に透明化される。上記のような、曲座標系において空間の1点を引き延ばす場合の座標変換は汎用性があり、空間Bの計量テンソル g^{ij} を簡単に計算することができる。そこから、式(1)を使って、光学迷彩周囲の媒質の性質を求めればよい⁵⁾。

さて、ここでのポイントは、光学迷彩周囲に配置する媒質のパラメーターが屈折率そのものではなく、誘電率と透磁率である点にある。つまり、上記設計をもとにして、実際に光学迷彩を実現するさいは、物質の誘電率および透磁率を人工的に設計することが必要となる。とくに、可視光のような高周波においては、物質の巨視的な磁化が高周波磁場に追従できないことから、比透磁率は1で固定される。そのため、何らかの方法を用いてこれらの制約を破ることが必須となる。

物質固有の誘電率や透磁率の値を人工的に制御することは容易ではないが、近年のめざましい技術の進歩はそれを可能にする。このような物質を総称して、メタマテリアル (metamaterial) とよぶが、これらに関する近年のさまざまな研究は、負の屈折率をはじめとして、古典的な電磁気学の分野に新しいフロンティアを与えることに成功している (メタマテリアルの詳細については、文献6~8などを参照されたい)。



光学迷彩とメタマテリアルとは表裏一体であり、メタマテリアルの発展があったからこそ上記の理論が意味を持ち、光学迷彩は大きな注目を浴びるようになったといえるだろう。

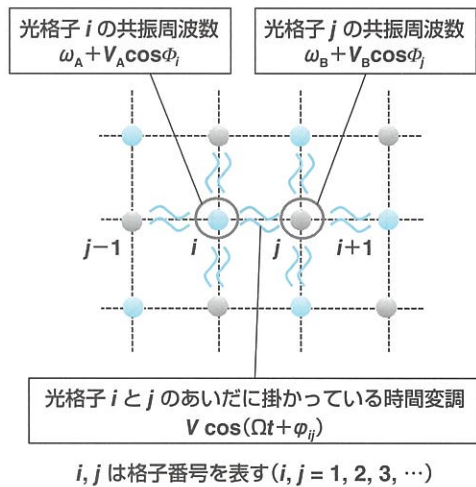
透明人間と光の非対称性

さて、このような光学迷彩を英語では cloaking device とよぶが、cloaking とは日本語訳すると“遮蔽”という意味である。上記の理論でつくられる装置内に存在する物体 (もちろん人間も含めて) は、360度どの方向からみても透明化している。それと同時に、装置内部には光の入り込む余地がまったくないため、真の暗闇、まさに“外部から遮蔽されている”という表現がしっくりくる。しかし、一般の人々が考える“透明人間”というのは、自分は消えながらも外をみているわけで、前述の装置とは少し趣きが異なる。

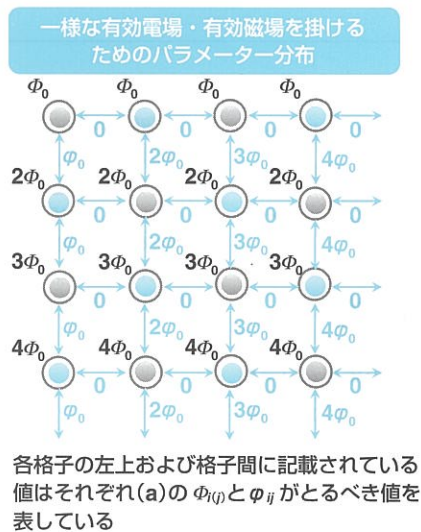
厳密には、透明人間のための光学迷彩には“非対称性”が必要となる。ここでいう“非対称性”とは、装置周囲の光の軌跡が方向性を有することを意味する。しかし、式(1)で与えられる従来の理論では、計量テンソル g^{ij} が伝搬方向に依存しないため、理論的に方向に依存した光の軌跡を描かせるこ

〈図1〉従来の光学迷彩の考え方 (平たんな空間から曲がった空間へ)

曲座標系において平たんな空間Aの中央1点を引き延ばすことにより、中央に場の存在しない (つまり中央に隠れることができる) 曲がった空間Bをつくり出すことが可能となる。この曲がった空間Bと同じ性質をもつよう、平たんな空間において特定の媒質を分布させればよい。



(a)



(b)

〈図2〉非対称光学迷彩のための格子モデル

共振周波数の離れた2種類の格子が互い違いに配置されており、各格子の共振周波数は中心共振周波数 ω_A 、 ω_B から、場所によってわずかに変化していると仮定する。また、最近接の格子間には時間変調の掛かった相互作用が働いているとし、隣接格子間の変調位相差も場所によって異なるとする。(a)格子*i*および*j*における周辺状況と、各格子の共振周波数や時間変調の各種パラメーター。(b)均一な擬似ローレンツ力と擬似クーロン力を生じさせるためのパラメーター分布。

とはきわめて難しい。そのため、まったく新しい物理現象を介した対応関係を見いだすことが必須となる。

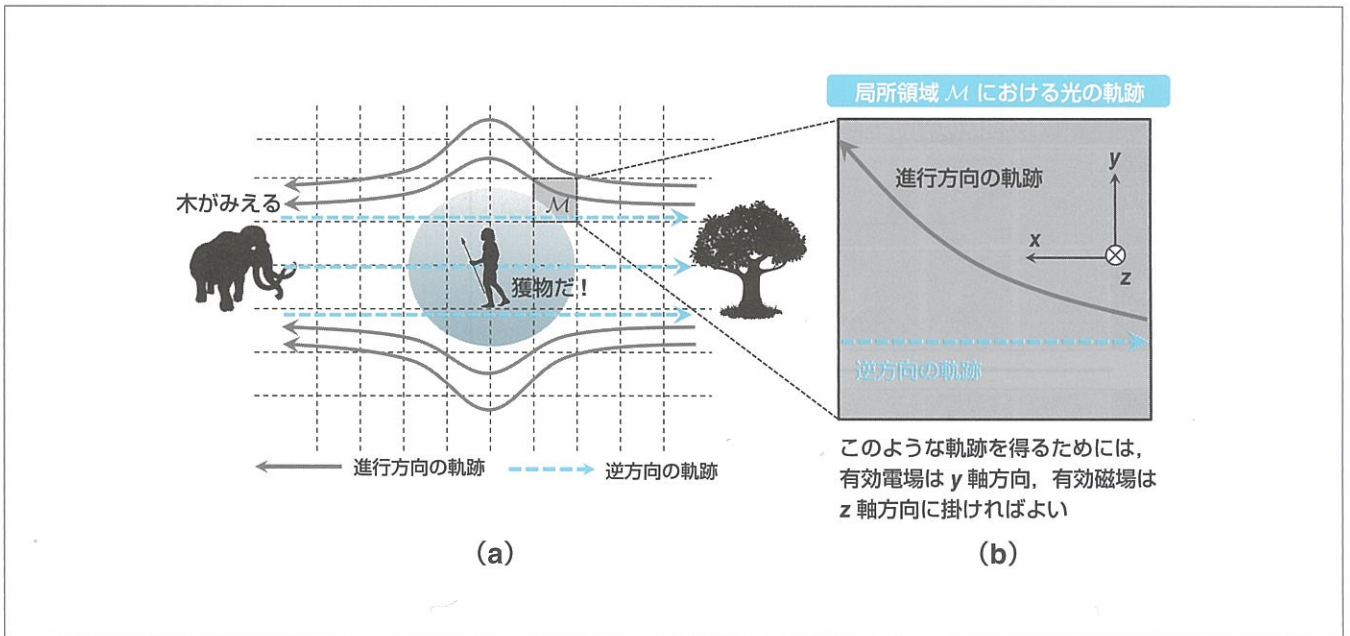
結論から述べると、非対称光学迷彩の理論では、“重力”の代わりに“電磁気力”を介して光の軌道を考える⁹⁾。たとえば、一様電磁場下における電子の動きは、クーロン力とローレンツ力によって、伝搬方向に依存する。仮に、それらの力を光(光子)に擬似的に働かせることができれば、光の軌道も伝搬方向に依存するに違いない。擬似的なクーロン力とローレンツ力の大きさ

を空間的に変化させれば、目的の非対称光学迷彩に必要な光の軌跡を比較的容易に得ることが可能となる。

本理論の基礎となるのは、2012年にスタンフォード大学のグループが提唱した‘Effective magnetic field for photon’ (光子における有効磁場)の概念である^{10), 11)}。彼らが提案しているのは、光に擬似的なローレンツ力を掛ける方法であるが、この場合、逆方向から入射した光子は逆方向に曲がっていくだけとなり(回転対称)、真の意味での“柔軟な方向性”(たとえば、左から入射した光はほぼ直進し、右から入射した光は迂回して進むなど)を得ることはできない。そこで、上記理論を非対称光学迷彩に用いるさいには、ローレンツ力だけではなくクーロン力も合わせて発生させるような、拡張モデルをつくる必要がある。

擬似的な電磁気力を発生させる格子モデル

まず、〈図2a〉のような、空間に光を捕捉する格子が並んでいると仮定する。光を捕捉する格子についてはいくつか候補があるが、ここでは、もっとも一般的なメタマテリアルやフォトリック結晶を用いた共振器を考える。〈図2a〉に示すように、共振周波数の離れた2種類の格子が互い違いに配置されており、各格子の共振周波数は中心共振周波数 ω_A 、 ω_B から、場所によってわずかに変化していると仮定する。また、最近接の格子間には時間変調の掛かった相互作用が働いているとし、隣接格子間の変調位相差も場所によって異なるとする。このような系のハミルトニアンは、以下の式で与えられる。



〈図3〉非対称光学迷彩の設計法

(a)非対称光学迷彩における装置周囲の光線の軌道。未来の科学技術を有する原始人!?からはマンモスをとらえることができるが、マンモスからは木がみえる。
 (b)ある局所領域における光の動き。入射方向による軌道の違いを擬似ローレンツ力と擬似クーロン力により実現する。

$$\begin{aligned}
 H = & \sum_i (\omega_A + V_A \cos \Phi_i) a_i^\dagger a_i \\
 & + \sum_j (\omega_B + V_B \cos \Phi_j) a_j^\dagger a_j \\
 & + \sum_{\langle ij \rangle} V \cos(\Omega t + \varphi_{ij}) (a_i^\dagger b_j + b_j^\dagger a_i)
 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 Ω は隣接格子間における変調周波数、 φ_{ij} は隣接格子間の変調位相差を与える。光格子の共振特性が場所によって変動している効果は $\Phi_{i(j)}$ によって与えられている。

式(2)において、変調周波数 Ω として $\omega_A - \omega_B$ を仮定し、回転波近似を用いて余分な項を消去すると、次の式を得る。

$$\begin{aligned}
 H \equiv & \sum_{\langle i \rangle} \frac{V_A}{2} (e^{-i\varphi_i} c_i^\dagger c_i + e^{i\varphi_i} c_i^\dagger c_i) \\
 & + \sum_{\langle j \rangle} \frac{V_B}{2} (e^{-i\varphi_j} c_j^\dagger c_j + e^{i\varphi_j} c_j^\dagger c_j) \\
 & + \frac{V}{2} \sum_{\langle ij \rangle} (e^{-i\varphi_{ij}} c_i^\dagger c_j + e^{i\varphi_{ij}} c_j^\dagger c_i) \\
 & (c_{i(j)} = e^{i\omega_A(t)} a_i(b_j))
 \end{aligned} \quad (3)$$

この式は、電磁場下における強束縛電子モデルのハミルトニアンと同じ式のかたちである^{12), 13)}。具体的には、

第1, 2項が電場下における電子の運動を表し、第3項が磁場下における電子の運動を示している。これにより、各格子の共振特性の場所依存性 $\Phi_{i(j)}$ と隣接格子間の変調位相差 φ_{ij} を適当な値に設定することで、光(光子)にクーロン力とローレンツ力に相当するような力を与えることができる。

ここでは、それぞれの力を発生させる場を、“有効電場”および“有効磁場”とよぶことにする。有効電場 E_{eff} の大きさは、各格子の共振特性の場所依存性 $\Phi_{i(j)}$ で決定され、

$$-\int E_{\text{eff}} d\mathbf{l} = -\frac{\hbar^2}{2em} \frac{\Phi_{i(j)}}{a^2} \quad (4)$$

となる(ここで、 a は隣接格子間の距離)。また、有効磁場 B_{eff} の大きさは、隣接格子間の変調位相差 φ_{ij} で決定され、

$$\begin{aligned}
 B_{\text{eff}} = & \frac{1}{a^2} \oint A(\vec{X}) \cdot d\vec{X} \\
 (\varphi_{ij} = & -\frac{2\pi}{hc/e} \int_{\vec{X}_i}^{\vec{X}_j} A(\vec{X}) \cdot d\vec{X})
 \end{aligned} \quad (5)$$

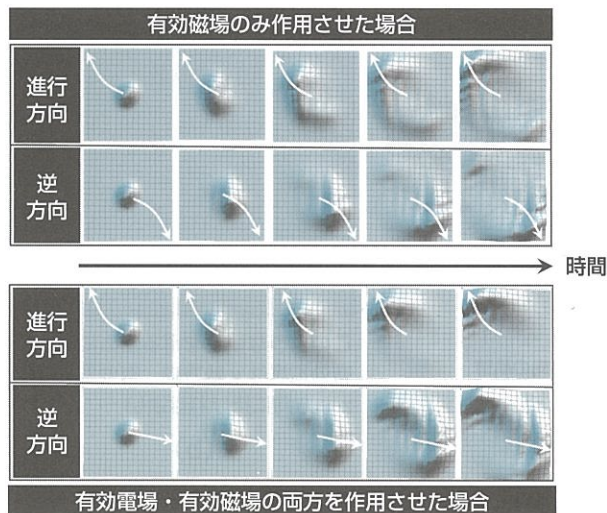
で与えられる。ここで、 $A(\vec{X})$ は光子のゲージポテンシャルである。

非対称光学迷彩の設計方法

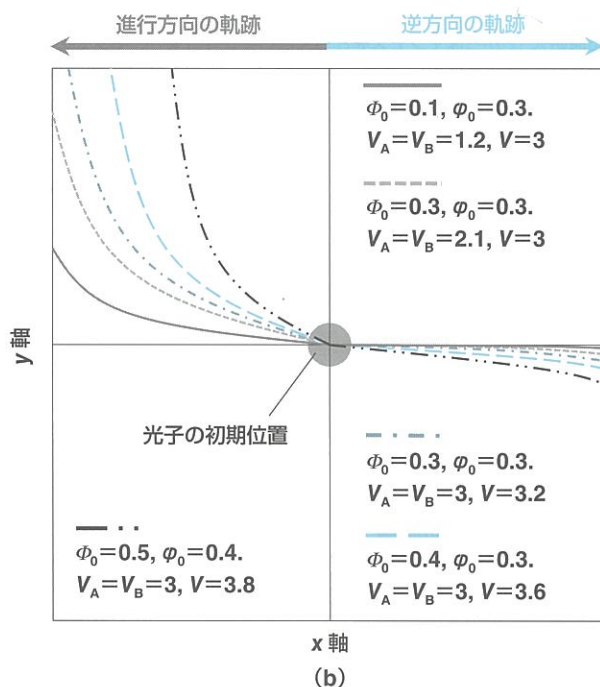
前述のモデルをもとにして、実際に非対称光学迷彩の設計を行ってみる。具体的な手順は以下のとおりである。

- (1)実現したい非対称光学迷彩の光軌道を設定する
- (2)空間を適当な数に分解し、それぞれの局所領域における光の運動を考える
- (3)希望の運動を与える有効電磁場を解析し、それぞれの局所空間における格子パラメーターを決定する

今回は、右側からの光は装置を迂回して進み、左側からの光はそのまま進行するようにもっとも単純なモデルを考える。具体的には、左右から来た光線が〈図3a〉のような軌道を描く非対称光学迷彩を仮定する(手順(1))。ここで、空間を適当な数に分解し、それぞれの局所領域において設計を行う。一例として局所領域 M を考えると、領域内での光の軌道はおおよそ〈図3b〉のようになる(手順(2))。局所領域 M において、面直方向に一様な有効磁場を発生させ、面内方向かつ光の伝搬方向と垂直な方向に一様な有効電場を



(a)



(b)

〈図4〉非対称光学迷彩の局所領域における解析結果

(a) 局所領域における光子の動きの一例。上は、光格子において、擬似ローレンツ力のみ生じさせた場合。下は、光格子モデルにおいて、擬似ローレンツ力と擬似クーロン力の両方を生じさせた場合。(b) 光格子モデルの各種パラメータを変更したときの局所領域における光子の動き。擬似ローレンツ力と擬似クーロン力の大きさが変わるため、さまざまな軌道を描かせることが可能となる。

生させれば、この軌道に近づくことは、容易に想像がつく。あとは、このような有効電磁場が掛かるように、局所領域 M の格子パラメータを設定すればよい(手順(3))。

解析は、ハミルトニアンを用いて時間発展を計算することで行う。ここで、局所領域 M の適当な方向に、一様な有効電場および有効磁場を掛けるために、各格子におけるパラメータ分

布として、定数 Φ_0 と ϕ_0 からなる〈図2b〉のようなモデルを用いるのが適当である。式(4)、式(5)から、このときの有効電場は $-\Phi_0/a$ 、有効磁場は ϕ_0/a^2 と求められる。

解析結果を〈図4〉に示す。〈図4a〉では、有効磁場ののみ与えられているとき ($V=3$)、有効電場および有効磁場の両方が与えられているとき ($V=3$, $V_A=V_B=2$) における光子の軌道を示している。解析においては、初期条件として計算領域の中心に1光子状態を入力し、伝搬方向を右方向 (x 方向)、左方向 ($-x$ 方向) で変化させており、ハミルトニアン の位相分布としては $\Phi_0=0.3$, $\phi_0=0.3$ を仮定している。

〈図4a〉に示すとおり、有効磁場ののみ与えられているときは、左右両方向に伝搬する光子に対して、同じ大きさの擬似的なローレンツ力が掛かり、180度回転対称に曲がっていく様子がみとれる。逆に、有効電場および有効磁場の両方が与えられているときの光子の軌道は、左方向 ($-x$ 方向) に伝搬するものについては、有効磁場による擬似的なローレンツ力を強める方向に有効電場からの力が掛かるためさらに大きく曲がり、右方向 (x 方向) に伝搬するものに対しては、擬似的なローレンツ力を打ち消す方向に力が掛かるため、直線に近づく様子がみとれる。上記以外にも、〈図4b〉に示すとおり、光格子のパラメータをさまざまな値に設定することで、左右両方向を伝搬する光についてさまざまな非対称軌道を描かせることが可能である。

最後に、光格子の実現方法について簡単にふれる。対象とする光(電磁波)の周波数によって理想とする材料系が異なり、低周波においては、同軸で結

合したメタマテリアルアレイ¹⁰⁾，高周波においては，双極子モードを有するフォトニック結晶共振器アレイ^{9),10)}を用いることが望ましい。格子間の相互作用も含めた光格子の設計については，それぞれの論文に詳細な記載があるので，ご一読願えればと思う。

参考文献

- 1) S. パーコウィッツ著，阪本芳久訳：『遅い光と魔法の透明マントークローキング，テレ

ポーション，メタマテリアルを実現した光の科学の最先端』（草思社，2014）。

- 2) 雨宮智宏：『透明マントを求めて一天狗の隠れ蓑からメタマテリアルまで』（ディスカヴァー・トゥエンティワン，2014）。
- 3) J. B. Pendry, D. Schuring, and D. R. Smith: *Science* **312**, 1780(2006)。
- 4) U. Leonhardt: *Science* **312**, 1777(2006)。
- 5) U. Leonhardt and T. G. Philbin: *Geometry and Light: The Science of Invisibility* (Dover Books on Physics, 2012)。
- 6) S. Linden, *et al.*: *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **12**, 1097(2006)。
- 7) S. A. Ramakrishna and T. M. Grzegorzczak: *Physics and Applications of Negative Refractive*

Index Materials (CRC Press and SPIE Press, 2008)。

- 8) N. I. Zheludev and Y. S. Kivshar: *Nature Materials* **11**, 917(2012)。
- 9) T. Amemiya, *et al.*: *IEEE Journal of Quantum Electronics* **51**, 6100110(2015)。
- 10) K. Fang, Z. Yu, and S. Fan: *Nature Photon.* **6**, 782(2012)。
- 11) K. Fang and S. Fan: *Phys. Rev. A* **88**, 043847(2013)。
- 12) J. M. Luttinger: *Phys. Rev.* **84**, 814(1951)。
- 13) M. Graf and P. Vogl: *Phys. Rev. B* **51**, 4940(1995)。

本シリーズ人気の3点を復刊！

【パリティ物理学コース】 牧 二郎・長岡洋介・大槻義彦 編著

熱学・統計力学 碓井恒丸 著

定価（本体 2,000 円 + 税）B6 判・234 頁 ISBN978-4-621-08724-4

- 目次 1. 序章 / 2. 統計力学の基礎 / 3. 熱力学の基礎 / 4. まとめ / 5. 応用—その 1 / 6. 応用—その 2
7. ゆらぎ

解析力学 並木美喜雄 著

定価（本体 2,500 円 + 税）B6 判・324 頁 ISBN978-4-621-08723-7

- 目次 1. 運動の基礎法則 / 2. ラグランジュの方程式とハミルトンの正準方程式 / 3. 力学系いろいろ
4. 変分原理 / 5. 正準変換とハミルトン-ヤコビの偏微分方程式 / 6. 相空間分布関数
7. 正準理論と拘束条件

相対論的宇宙論 小玉英雄 著

定価（本体 2,500 円 + 税）B6 判・266 頁 ISBN978-4-621-08725-1

- 目次 1. 宇宙モデル / 2. 物質の進化 / 3. 構造の進化 / 4. 物質と構造の起源
付録 ロバートソン-ウォーカー時空とその摂動に対する諸公式 ※最新の状況を増補



丸善出版株式会社

〒101-0051 東京都千代田区神田神保町2-17 神田神保町ビル6階 書籍営業部 TEL(03)3512-3256 FAX(03)3512-3270
http://pub.maruzen.co.jp/